

# Autoria e Avaliação Automática de Exercícios no iGeom

Seiji Isotani and Leônidas de Oliveira Brandão  
*Instituto de Matemática e Estatística – Universidade de São Paulo (IME-USP)*  
Caixa Posta 66.281 – 05315-970 São Paulo, SP  
Email: {isotani, leo}@ime.usp.br

## Abstract

*Uma questão chave no aprendizado de matemática é a resolução de exercícios, entretanto, quando estamos considerando grandes turmas de alunos, a ausência de recursos que auxiliem o professor na sua avaliação, pode inviabilizar a aplicação de exercícios. Neste artigo apresentamos uma nova funcionalidade do programa iGeom, que resolve o problema de geração e correção automática de exercícios de Geometria. A solução implementada permite sua aplicação em aulas presenciais ou à distância, em sistemas Web abertos ou fechados.*

## 1 Introdução

O processo de aprendizado pode ser mais efetivo quando o aluno procura resolver, ele próprio, problemas adequadamente propostos. Como bem observa George Pólya [1]: *A Matemática é a arte de resolver problemas ... e para resolver problemas é preciso resolver problemas*. Além deste, outro ponto importante no processo de aprendizagem é fornecer rapidamente ao aluno uma avaliação dos exercícios feitos. Entretanto, se o professor não dispuser de recursos auxiliares, precisará dispor de muito tempo para atender a estas demandas.

A questão da rapidez na apresentação da avaliação do aluno também é importante na aprendizagem, seja no modo presencial ou a distância. Como observam [2, 3], a principal frustração do aluno nos cursos de educação a distância é a limitação ou a falta de uma avaliação (*feedback*) imediata. Essa situação é crítica quando analisamos cursos com grande número de alunos, como aponta [4] na disciplina Cálculo Numérico, oferecida para mais de mil alunos dos cursos de Engenharia da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Neste artigo apresentamos uma solução para ambas as pontas do problema de automatização de exercícios:

a geração/publicação/avaliação por parte do professor e a resolução/verificação por parte dos alunos. O contexto considerado é o da Geometria e os exercícios são do tipo aberto (não múltipla-escolha).

A base do sistema é a Geometria Dinâmica (GD), que resumidamente pode ser entendida como a implementação computacional da “geometria tradicional”, que utiliza régua-e-compasso. O termo “dinâmico” do nome pode ser melhor entendido como oposição à estrutura “estática” das construções da geometria tradicional. Na GD, o aluno realiza uma construção e pode alterar as posições dos objetos preservando as propriedades originais da construção. Em função desta possibilidade de alterar objetos preservando-se a construção, podemos dizer que a GD é uma geometria do tipo 1-construção, N-testes, enquanto a tradicional é do tipo 1-construção, 1-teste [5].

A GD começou a ganhar destaque na década de 90 [6], com a popularização dos programas comerciais *Cabri Geometry* [7] e *Geometer's Sketchpad* [8]. Outros programas de GD são o *Cinderella* [9], comercial, e *C.a.R.* [10], gratuito. Estes dois últimos dispõem de um recurso de geração/avaliação de exercícios, sendo implementados em Java e por isso multi-plataforma. O sistema que estamos desenvolvendo, o *iGeom*, tem várias funcionalidades não encontradas simultaneamente nos outros programas de GD e serão discutidas posteriormente na seção 3.

Este artigo está estruturado da seguinte forma, na seção 2 apresentamos o problema considerado, na seção 3 apresentamos o sistema de GD utilizado, e na seção 4, apresentamos alguns resultados obtidos.

## 2 A Avaliação Automática

O propósito do trabalho aqui relatado foi desenvolver um recurso no *iGeom* que permitisse ao professor produzir facilmente exercícios a serem resolvidos por

alunos em qualquer navegador (com interpretador *Java*) e que, automaticamente, avaliasse a solução do aluno.

Resumidamente, estávamos interessados em uma implementação que atingisse os seguintes objetivos: (a) Detectar como corretas quaisquer soluções, mesmo que diferentes daquelas imaginadas pelo professor; (b) Apresentar de imediato o resultado da avaliação; (c) Fornecer um contra-exemplo se a resposta do aluno estiver errada.

A solução que adotamos é fortemente baseada na estrutura “dinâmica” da GD e parte de um gabarito que o professor deve fornecer, na geração do exercício. O aluno recebe este gabarito, mas só pode visualizar os objetos iniciais, que descrevem o problema, e não a resposta do professor.

A avaliação é efetuada comparando-se os objetos-resposta do aluno com os correspondentes do gabarito do professor. Esta comparação é feita a partir de um critério de distância entre os objetos. Por exemplo, se o problema é determinar o ponto médio entre os pontos  $A$  e  $B$ , e o objeto-resposta do aluno tem o rótulo  $S_a$  e o do professor tem rótulo  $S_p$ , verifica-se qual a distância entre  $S_a$  e  $S_p$ , de acordo com o critério estabelecido (figura 1).

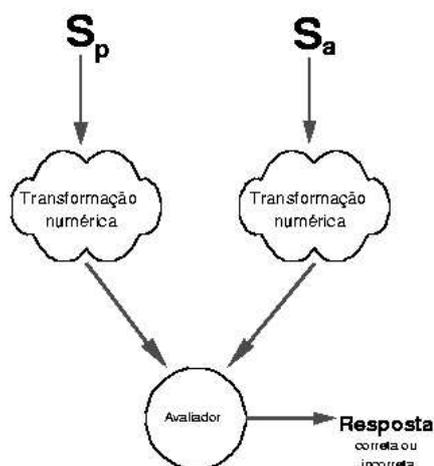


Figura 1: Avaliação - transformação numérica e avaliação.

Deste modo, o critério de distância pode ser uma função  $dist$  que recebe um par de objetos geométricos  $(og1, og2) \in F_{og} \times F_{og}$ , onde  $F_{og}$  é uma família de objetos geométricos, e retorna um valor em  $\mathcal{R}_+$ :

$$dist : (og1, og2) \longrightarrow \mathcal{R}_+. \quad (1)$$

Como a distância é obtida a partir da descrição

numérica dos objetos<sup>1</sup>, denotaremos esta avaliação por **avaliação numérica**.

Para evitar (no mínimo, reduzir) problemas de soluções que funcionem apenas em casos particulares, o processo de avaliação utiliza a estrutura “dinâmica” da GD: move-se os objetos iniciais ( $A$  e  $B$  no exemplo do ponto médio) e, para cada configuração, computa-se as distâncias entre as respostas do aluno e do professor. O resultado da avaliação é um algoritmo definido sobre estes resultados parciais.

### 3 O iGeom e a Avaliação Automática

O **iGeom: Geometria Interativa na Internet**, é um programa de Geometria Dinâmica que está em desenvolvimento desde 2000<sup>2</sup>, é implementado em *Java*, gratuito, e pode ser descarregado a partir do endereço <http://www.matematica.br/igeom>.

A interface do programa *iGeom* foi desenvolvida para qualquer versão do *Java* a partir da 1.1, visando sua utilização tanto nas formas aplicativo, quanto *applet*. A menos das opções de gravação, que não são permitidas em *applet* (portanto via Internet) por razões de segurança, todas as demais estão acessíveis através de botões.

A versão atual deste programa permite realizar todas as operações básicas de Geometria Dinâmica, como por exemplo: criar objetos geométricos (como pontos, retas, semi-retas, segmentos e circunferências); opções de edição (esconder/mostrar, remover ou desfazer remoção, rastrear objetos,...); e opções de gravação/recuperação de arquivos em diferentes formatos (incluindo gerar imagens em PostScript e GIF).

Além das características usuais em programas de GD, o *iGeom* permite a geração de “scripts” (ou “macros”) recorrentes<sup>3</sup> e, desde o início de 2004, permite a autoria e avaliação de exercícios e, ainda, a comunicação visando seu emprego em sistemas de gerenciamento de aprendizado pela Web (com cadastro de alunos).

#### 3.1 Autoria de Exercícios

Uma das características mais importantes na construção de sistemas de apoio ao ensino está no

<sup>1</sup>A descrição computacional dos objetos, na maioria dos casos, é simples. Por exemplo: um ponto pode ser representado por um par  $(x, y)$ , onde  $x$  e  $y$  são as coordenadas do ponto; uma circunferência pode ser representada por uma tripla  $(x, y, r)$ , sendo  $(x, y)$  as coordenadas de seu centro e  $r$  seu raio.

<sup>2</sup>O desenvolvimento do *iGeom* é coordenado pelo segundo autor.

<sup>3</sup>Dentre os outros programas de GD conhecidos, apenas o *Geometer's SketchPad* permite recorrências em “scripts”.

desenvolvimento de conteúdo, pois a dificuldade de se criar o conteúdo pode ser o fator determinante na sua utilização, ou não, devido ao tempo necessário para a aprendizagem do sistema e para produção do material.

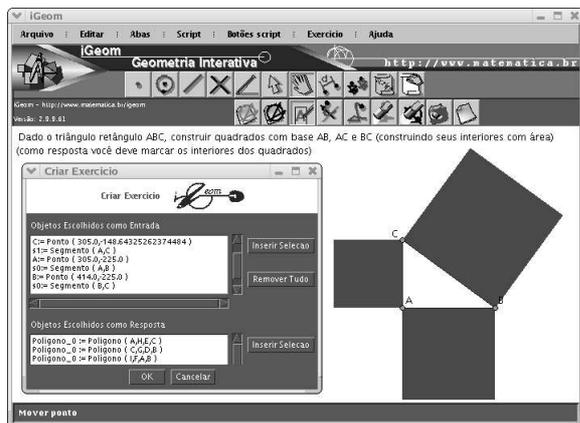


Figura 2: Janela para criação de exercícios no *iGeom*.

O processo de autoria de exercício no *iGeom* possui quatro etapas: construção da solução, seleção dos objetos resposta, seleção dos objetos de entrada e gravação do exercício. A interface de autoria de exercício é simples, contando com uma janela para separar os objetos de entrada e de saída, dentre aqueles construídos na área de desenho (figura 2). A construção da solução de um exercício utiliza a mesma área de desenho que será utilizada em sua resolução. Dessa forma, o professor pode criar um exercício construindo os objetos nas posições onde gostaria que um aluno os visualizasse, agilizando sua formatação e publicação.

Ao finalizar a construção, é possível definir os objetos-resposta selecionando-os na área de desenho do *iGeom* e clicando no botão da janela que separa os objetos de resposta e de entrada (o mesmo processo é feito para definir os objetos de entrada). Após escolher os objetos de entrada e de resposta, o *iGeom* criará o exercício escondendo todos os objetos que não foram selecionados como entrada. Com o exercício criado, basta gravá-lo em arquivo para que qualquer usuário possa utilizá-lo ou exportá-lo para página Web.

Visando sua aplicação em *applet* na Web, o professor pode determinar quais botões ficarão disponíveis (visíveis) aos alunos. Por exemplo, no problema do ponto médio o professor poderá desabilitar o botão de “ponto médio” existente no *iGeom*.

### 3.2 A Avaliação

Para que o processo de avaliação ocorra é necessário que o aluno use um arquivo gerado pelo professor (seção 3.1), faça sua construção a partir desta base e anote quais são seus objetos-resposta. Após selecionar os objetos-resposta, o aluno pressiona o botão correspondente à “avaliação/envio de resposta” e o algoritmo de avaliação automática será iniciado. Caso o aluno selecione algum objeto de família geométrica diferente daquelas existentes no gabarito, ou o número de objetos-resposta do gabarito e do aluno não coincidirem, o aluno receberá uma mensagem de erro (“seleção incorreta de objetos”). Caso isso não ocorra, o algoritmo será disparado retornando: correto ou incorreto.

O professor pode decidir se estes resultados serão apresentados, ou não, ao usuário para notificá-lo do resultado da avaliação de seu exercício.

### 3.3 Comunicação

Para permitir que o *iGeom* seja utilizado em cursos “fechados”, com turmas de alunos matriculados e com um servidor, ele dispõe de recursos de comunicação. A comunicação é feita através de uma conexão HTTP direta entre o *applet* e o servidor e a troca de mensagens é feita utilizando o método POST [11].

Este recurso em conjunto com os anteriormente apresentados proporcionam a um aluno, conectado ao servidor, descarregar um exercício criado pelo professor, resolvê-lo e solicitar sua avaliação. Ao fazer esta requisição o *iGeom* irá avaliar o exercício (localmente) e enviar o resultado ao servidor (figura 3).

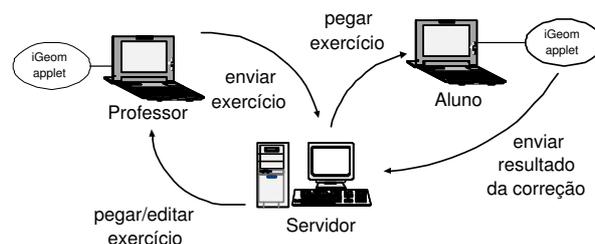


Figura 3: Comunicação entre um servidor e o *iGeom* em sistemas Web.

## 4 Resultados Obtidos

Desde o início do primeiro semestre de 2004 está em teste um sistema de aprendizagem pela Web

(SAW)<sup>4</sup>, com controle de acesso, utilizando o *iGeom*. Para que este sistema seja multiplataforma e sem custo, estamos desenvolvendo-o em *PHP* e utilizando o gerenciador de banco de dados *MySQL*. O SAW está sendo utilizado por estudantes e professores em uma disciplina obrigatória oferecida para o curso de licenciatura em matemática do IME-USP, *Noções de Ensino de Matemática Usando Computador* (MAC118-<http://www.ime.usp.br/~leo/mac118/04>). Neste semestre ela foi ministrada em três turmas, uma diurna e duas noturnas, com 2 professores, 3 monitores e mais de 140 alunos.

Em edições anteriores de MAC118, todos os exercícios eram realizados utilizando o programa *iGeom*, mas sua correção era feita manualmente pelos monitores e professores. Devido ao número de alunos, a correção consumia grande parte do tempo dos monitores e o resultado da correção do exercício era entregue ao aluno duas ou três semanas após a realização do mesmo. Eram aplicados cerca de 20 exercícios por semestre. Com o desenvolvimento da ferramenta de avaliação automática no *iGeom* foi possível aplicar mais de 40 exercícios, desta vez, com a apresentação imediata da avaliação.

Através de dados obtidos no sistema SAW e do preenchimento de questionários pelos alunos, temos realizado análises para identificar dificuldades e obstáculos referentes ao uso destas ferramentas no ensino de geometria. Os primeiros resultados obtidos são animadores. Através da aplicação da avaliação automática os alunos têm a possibilidade de tirar as dúvidas sobre a resolução do exercício em sala de aula, como afirma um aluno: "... caso a construção estivesse certa, já estava enviada e caso estivesse errada, começaria novamente e tiraria as dúvidas em sala...".

Apesar de 97% dos alunos apoiarem o uso da ferramenta de avaliação automática, observamos que é necessário um cuidado maior em relação aos enunciados. Dentre as maiores dificuldades apontadas na realização dos exercícios estão: (a) interpretação errônea do enunciado; (b) seleção incorreta dos objetos-resposta; (c) dificuldade de construir a solução.

## 5 Conclusão

Este trabalho apresentou os desafios enfrentados e as soluções encontradas na implementação de autoria e avaliação de exercícios no *iGeom*. O algoritmo implementado já foi testado em 3 turmas, com mais de 140 alunos, durante o primeiro semestre

de 2004, dentro de um sistema de aprendizado pela Web que está em fase inicial de desenvolvimento (SAW), na disciplina MAC118. O resultado do trabalho pode ser conferido na atual versão do *iGeom*, disponível gratuitamente a partir do endereço <http://www.matematica.br/igeom>.

O recurso da autoria de exercícios facilitou a produção de exercícios por parte do professor e ainda pôde ser empregado em cursos fechados ou abertos na Web. Além disso, a possibilidade de rápida resposta ao aluno é um fator positivo à sua aprendizagem.

## Referências

- [1] G. Pólya, *Arte de resolver problemas : um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1975.
- [2] N. Hara and R. Kling, "Student's frustrations with a web-based distance education course," *First Monday: Journal on the Internet*, vol. 4, no. 12, 12 1999, available at [http://www.firstmonday.dk/issues/issue4\\_12/hara/](http://www.firstmonday.dk/issues/issue4_12/hara/).
- [3] E. Kirby, "Student's frustrations with a web-based distance," in *Technology and Teacher Education Annual*, 1999, pp. 199–205.
- [4] J. S. Bevilacqua, "Introdução da disciplina cálculo numérico no ambiente webct," in *Proceedings of VII International Conference on Engineering and Technology Education*, <http://www.asee.org/international/INTERTECH2002/566.pdf>, 2002.
- [5] L. O. Brandão, "Programação geométrica: Uso da geometria dinâmica para programação," in *Anais do Segundo Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática*, 2004, pp. 191–202.
- [6] F. Botana and J. L. Valcarce, "A dynamic-symbolic interface for geometric theorem discovery," *Computer & Education*, vol. 38, no. 1–3, pp. 21–35, 2002.
- [7] J. M. Laborde and F. Bellemain, *Cabri Geometry II*. Dallas: Texas Instruments, 1997.
- [8] N. Jackiw, *The Geometer's Sketchpad v3.0*. Berkeley: Key Curriculum Press, 1995.
- [9] J. Richter-Gebert and U. Kortenkamp, *The Interactive Geometry Software Cinderella*. Heidelberg: Springer-Verlag, 1999.
- [10] R. Grothman, *C.A.R.: Compass And Rules*, <http://www.rene-grothmann.de/>, 1999.
- [11] W. W. W. C. W3C, *HyperText Markup Language (HTML)*, <http://www.w3.org/MarkUp/>, 2004.

<sup>4</sup>O Sistema de Aprendizado pela Web (SAW) faz parte do trabalho da mestranda Janine Gomes Moura.