

**Universidade de São Paulo
Instituto de Matemática e Estatística
Trabalho de Formatura Supervisionado**



**iMática - Ambiente Interativo de Apoio ao Ensino de
Matemática**

Seiji Isotani

Revisão da monografia apresentada para obtenção do título de
Bacharel em Ciência da Computação.

Instituto de Matemática Estatística
Universidade de São Paulo

Professor Orientador Leônidas de Oliveira Brandão.
Professor Responsável Carlos Eduardo Ferreira.

Este trabalho contém parte da pesquisa realizada no Projeto de Iniciação Científica conjunta de Seiji Isotani e Ricardo Hideo Sahara (alunos orientados pelo professor Leônidas de Oliveira Brandão), iniciado em Agosto de 2000 e concluído em Dezembro de 2002 com apoio parcial do SIAE - Sistema Integrado de Apoio ao Ensino da Universidade de São Paulo.

São Paulo - Dezembro - 2002

iMática - Ambiente Interativo de Apoio ao Ensino de Matemática

Seiji Isotani¹, Leônidas de Oliveira Brandão²

¹Graduando no curso de Bacharelado em Ciência da Computação - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (USP)

²Orientador: Professor doutor do Departamento de Computação - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (USP)

{isotani, leo}@ime.usp.br

Abstract. *With the consolidation of the Internet and of the information interactive means, we can explore some factors as multi-sensorial association, interaction human-computer and experimentation, in order to solve teaching problems. These facilities can provide a larger comprehension of the information and can produce a faster and effective learning. In the present work, we discuss some of these ideas, particularly with respect to the development of tools for the World Wide Web (Web) environment. In a computational point of view, we are focusing three inter-related problems: the development of tools for increase the interaction between the site and the user (p.e., with Applets, queries and interface); and the creation of a software that offers aid in the geometric and mathematical learning for use in the ambient Web or out of him. The objective of these tools are to increase the interaction and the experimentation creating, in that way, a natural interface for the learning. Part of the proposal, here discussed, are already available under the site iMática (<http://www.matematica.br>), launched on April 24, 2000.*

Resumo. *Com a consolidação da Internet e dos meios interativos de informação, podemos explorar fatores como associação multissensorial, interação homem-computador e experimentação, na solução de problemas de ensino, visando maior compreensão da informação e um aprendizado mais rápido e efetivo. No presente trabalho discutimos algumas destas idéias, particularizando-as para o desenvolvimento de ferramentas para o ambiente World Wide Web (Web). Do ponto de vista computacional, estamos atacando três problemas interligados: o desenvolvimento de ferramentas para automatizar a publicação e manutenção de páginas Web; o desenvolvimento de aplicativos para aumentar a interatividade do Site com o usuário (p.e., via Applets, buscas e interface); e a criação de um software que oferece auxílio no aprendizado geométrico e matemático para uso no ambiente Web ou fora dele. Os objetivos destas ferramentas são aumentar a interatividade e a experimentação criando, dessa forma, uma interface natural para o aprendizado. Parte das propostas aqui discutidas já está disponível a partir do Site iMática (<http://www.matematica.br>), lançado em 24 de abril de 2000.*

1. Introdução

As tecnologias de comunicação podem exercer a função de disseminadores de conhecimento, liberando estudantes e professores das limitações de tempo e espaço segundo argumento de Domenico De Masi ("Futuro do Trabalho"), enriquecendo o ensino com recursos de multimídia, interação, simulação, e permitindo o estudo individualizado. Nos dias atuais, está claro que um dos melhores mecanismos disseminadores de conhecimento é a Internet.

A Internet pode ser usada como meio de implementação de sistemas didáticos, adicionando facilidades de aprendizado a um público maior. Com isso, pode-se diminuir diferenças regionais e quebrar isolamento dos núcleos educacionais e científicos, como observa o artigo "Infra-estrutura de Suporte à Editoração de Material Didático Utilizando Multimídia" [2].

O bom uso que se possa fazer dessa nova ferramenta (Internet) como recurso de aprendizado deve levar em conta os objetivos que se pretende atingir e da concepção de conhecimento e de aprendizagem que orienta o processo [8]. Muitas tecnologias têm sido desenvolvidas somente para oferecer suporte à educação a distância baseada na Web, oferecendo conteúdo em detrimento à cooperação e colaboração. Com isso, sofremos o sério risco da educação dar um passo atrás em sua atual evolução que prega o "aprender a pensar" e o "aprender fazendo" centrado no aluno e não somente em um conteúdo a ser transmitido [28].

Para tentar classificar os conteúdos oferecidos pela Internet, Harrison [9] propõe doze critérios de avaliação e comparação de sistemas hipermídia, sendo eles definidos em termos do uso de multimídia, objetos, *scripts*, ambiente multiusuário, *links* e padrões.

Nesse contexto, temos como objetivo disponibilizar um conjunto de páginas Web, com informações gerais de Matemática para os ensinos fundamental, médio e superior. Propomos o desenvolvimento de geradores de interface em HTML, que insira recursos de interatividade aos métodos tradicionais de apresentação de conteúdo. Estas idéias estão sendo empregadas na seção de "História da Matemática". E no momento estamos particularmente interessados em dinamizar (automatizar e aumentar a interatividade) uma seção de problemas de Matemática, retirada da Revista do Professor de Matemática (RPM, no endereço <http://www.matematica.br/problemas/rpm>).

Através de recursos computacionais podemos oferecer, de maneira rápida, o conteúdo necessário para aprendizagem e estendermos as abordagens passivas utilizadas para o ensino atual, provendo exemplos interativos com animações gráficas que ilustrem o funcionamento de funções, cálculos e construções geométricas, dentre outras áreas. Com a experimentação e o retorno gráfico destas ferramentas, poderemos obter resultados sensivelmente positivos ao ensino de matemática.

Com o objetivo de oferecer os recursos citados no parágrafo anterior que enriquecem ainda mais o aprendizado, está sendo desenvolvido uma plataforma de geometria dinâmica denominada iGeom (Geometria Interativa) que através de animações gráficas introduz uma nova abordagem construtiva projetado para explorar seus benefícios no contexto do ensino de matemática. Nesta abordagem, além do estudante ter acesso a aplicativos que ilustram o funcionamento do conceito matemático e de geometria plana, ele também realiza suas próprias animações durante o processo de

criação de construções geométricas com visualização gráfica notável e resultados sensivelmente positivos [7].

Vale destacar que, no momento, não existe qualquer *software* de geometria dinâmica com todas as características que estamos dispostos a oferecer. Além da plataforma iGeom ser gratuita, permite que construções geométricas sejam feitas diretamente em páginas Web e fornecerá ferramentas de envio/recebimento para correção de exercícios utilizando a Internet. Uma versão da iGeom já está funcionando e algumas de suas ferramentas já estão disponíveis para uso experimental (detalhes na seção 6).

Neste trabalho, apresentamos algumas idéias de como atingir as metas esboçadas nos parágrafos anteriores e propiciar material de estudo de boa qualidade em Português (no futuro poderemos estender para outras línguas) num ambiente Web. O trabalho está dividido em 8 seções: A seção 2 mostra algumas vantagens na utilização da Internet junto a multimídia e a hipermídia no apoio ao ensino; a seção 3 introduz alguns conceitos sobre design e interface com o usuário; a seção 4 descreve a construção de programas (*scripts*) para a atualização do *Site*, mostrando algumas vantagens desse método; a seção 5 consiste na análise de problemas viáveis para implementação de programas de interação dinâmica com o usuário no ensino de matemática; a seção 6 introduz a plataforma de Geometria Dinâmica iGeom e mostra suas vantagens e versatilidade no apoio ao ensino; a seção 7 contém algumas das perspectivas e trabalhos propostos para implementações futuras; e finalmente a seção 8 temos as conclusões deste trabalho.

2. O uso da Internet no Apoio ao Aprendizado

Quando uma nova técnica de aprendizagem é apresentada, dificilmente será aceita sem o questionamento necessário, porém muitas vezes, este questionamento torna-se excessivo por parte dos professores e educadores em geral. Mas graças ao empenho e persistência de diversas pessoas, hoje podemos dizer que o uso da internet pode auxiliar no ensino de praticamente todas as matérias, inclusive às de ensino fundamental e médio.

A Internet nos permitiu criar, pelo menos em teoria, um mundo sem fronteiras onde os computadores assumem o papel de ferramenta auxiliar no processo de ensino, abrindo portas para a criação de novas metodologias no ensino. A presença dessa tecnologia em instituições de ensino e sua utilização como ferramenta de auxílio e pesquisa foram amplamente discutidos no artigo "Pesquisa científica e os novos ambientes eletrônicos" [3]. Nesta pesquisa, são apresentados muitos fatores positivos da Internet, entre eles o acesso imediato da informação atualizada e a interface gráfica facilmente reconhecível e maleável surgida com a criação do sistema World Wide Web.

Essa nova tecnologia torna possível oferecer uma grande quantidade de informação, com maior qualidade, devido a diversos fatores: promove a motivação; permite múltiplas visões de objetos dentro do ambiente, ou seja, oferece maior dinamismo na resolução e explicação de problemas; permite que o aprendiz imprima seu próprio ritmo de aprendizado [25]; possibilidade de obter mais informação através de material on-line, mostrando os relacionamentos entre os assuntos apresentados [33]; sistema de busca que permite localizar informações de forma mais eficiente.

Apenas memorizar um conjunto de informações não é uma forma de ensino adequado para os dias atuais e através da hipermídia (hipertexto e da multimídia) podemos obter uma forma lógica e ativa (interação) de apresentação de dados que facilita o usuário a assimilar (entender e só então "memorizar") a informação desejada de modo motivador e eficiente.

Na Internet, com sua clara estrutura de rede interconectada, o hipertexto procura simular o processo de associação realizado pela mente humana, sendo um de seus objetivos melhorar estratégias de aprendizado existentes[19].

Além dos fatores acima, a utilização da Internet no ensino oferece diversos outros benefícios tornando-se um dos principais mecanismos de apoio ao ensino. Vale destacar algumas vantagens[37] que esta técnica, ainda em pleno desenvolvimento, nos oferecer:

- **Ensino centralizado no aluno.**
O ensino é centralizado no aluno e não no professor, o que fomenta a colaboração entre os estudantes e proporciona um método menos rígido de aprendizagem, tornando-a mais interativa e mais interessante.
- **Flexibilidade.**
Os horários de trabalho e o local de ensino são bastante flexíveis permitindo o desenvolvimento de atividades paralelas por parte do aluno, como por exemplo, exercer uma profissão e, nas horas vagas, fazer o seu curso sem ter problemas de incompatibilidades .
- **Ferramentas fáceis de se utilizar.**
As ferramentas (computador, navegador de páginas HTML, etc), normalmente utilizadas para o apoio do aluno, são extremamente simples de utilizar e permitem uma rápida ambientação às mesmas.
- **Desenvolvimento e distribuição de material de forma mais acelerada.**
A criação do material on-line é muito mais rápido devido às novas ferramentas de edição e catalogação de conteúdo, além da publicação via Internet, muito mais rápida que no sistema convencional utilizando a impressão em papel e a distribuição seqüencial do material para cada aluno.
- **Aproveitamento de recursos já existentes.**
A grande quantidade de recursos atualmente disponível na Internet permite que o estudo de um determinado tema se possa reduzir a uma série de links para material já existentes, o que poupa imenso tempo. A facilidade de encontrar os mesmos, também aumenta de dia para dia com a implementação de poderosos motores de procura gratuitos, destinados a todos os usuários em nível mundial.
- **Fácil alteração da interface.**
Com a criação de ferramentas adequadas podemos alterar, sem muitas dificuldades, a interface de todo o material disponível pela internet sem perdermos o conteúdo principal da informação.

3. Design e Interface

"A tecnologia oferece potencial para tornar nossa vida mais simples e agradável, e a cada nova tecnologia traz mais benefícios. E ao mesmo tempo, adiciona tamanha

complexidade que faz aumentar nossa dificuldade e frustração. A mesma tecnologia que simplifica a vida provendo um maior número de funcionalidades em um objeto, também a complica tornando muito mais difícil aprender e usar" [28].

Norman [21], partindo da experiência de observar e vivenciar as frustrações que as pessoas experimentam com objetivos do cotidiano identificou alguns princípios básicos para um bom *design*, que segundo ele, são a visibilidade e "*affordance*", bom modelo conceitual, bons mapeamentos e *feedback*. Na realidade, todos esse conceitos estão interligados e dificilmente podemos tratá-los de forma independente.

O uso inadequado desse conjunto de princípios na Internet embora não seja sentida pelos projetistas, atingem diretamente os usuários que não conseguem localizar simples informações dentro de uma página na Web.

É essencial nós dias atuais devido a grande profusão de páginas Web oferecermos uma interface "amigável" que torne o aprendizado de matemática mais eficiente. Para isso, devemos avaliar todos os itens citados para que o usuário fique livre das preocupações com o funcionamento do ambiente World Wide Web. Os recursos apresentados no *Site* devem ser usados de maneira que o usuário possa identificar todas as funcionalidades do sistema facilitando a leitura e a interação. A criação de *links*, cores e ícones devem levar em conta além da funcionalidade, o impacto junto ao usuário, a usabilidade, a consistência, a visibilidade e flexibilidade.

Algumas dessas características foram implementadas no Site iMática e podem ser visivelmente observadas como a indexação das informações na seção de história, botões que voltam a página anteriormente visitada independentemente do navegador usado, barras de atalhos para seções principais no rodapé de todas as páginas, link para a página principal na parte superior de todas as páginas, menu interativo construído de forma a facilitar a sua expansão, cores e fontes escolhidas para facilitar a leitura e outros recursos interativos.

4. Método de Geração e Manutenção

Ao pensar em construir um método de automação e gerenciamento de uma página HTML devemos tentar abstrair ao máximo cada elemento que a compõe, assim podemos subdividir a página em blocos independentes (figura 1). Além disso, devemos levar em conta onde as páginas, suas imagens e outros elementos relacionados a ela (applets, folhas de estilo, etc) serão armazenados e como serão armazenados.

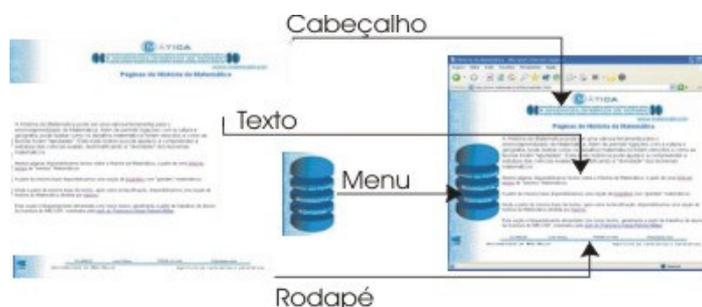


Figura 1. Abstração Simples de uma página HTML

Um dos grandes problemas da abstração é que, se por um lado ganhamos a liberdade de conteúdo na página, por outro perdemos o poder de relacionar e agrupar

conteúdos iguais de forma coerente. O mesmo acontece para qualquer outra forma de relacionamento, pois perdemos totalmente a "essência" da informação contida dentro da página.

A partir do parágrafo acima vem a questão: *Do que adianta uma informação se não conseguimos achá-la ?*. Na Internet, é muito comum perder horas fazendo buscas na Internet, o que causa a frustração dos usuários devido à "sobrecarga de informações" disponíveis para consulta, ou seja, o usuário tem muita informação ao seu alcance, mas não tem condições de tratá-la ou de encontrá-la.

Buscando a solução para o problema de busca/recuperação de informação, foram desenvolvidas técnicas de indexação nos geradores (scripts) de páginas do Site iMática. Esta solução visa uniformizar e ampliar os acessos às informações contidas nas páginas (principalmente através de múltiplos índices). O gerador de páginas do Site iMática, cria índices para que as páginas não sejam apenas mais uma informação perdida no meio da Internet. Um exemplo é a seção de história, o gerador constrói índices por assunto, autor e cria uma linha do tempo contendo a ordem cronológica de cada tópico disponível.

Dentre as vantagens deste método de desenvolvimento utilizando scripts geradores estão a rapidez, o dinamismo e a flexibilidade que esse mecanismo apresenta, facilitando o processo de abstração na criação das páginas HTML. Um exemplo de facilidade é a mudança de layout (cores, fontes, etc.) independente do conteúdo que a página contém, pois está implementada no filtro (no mês de setembro de 2002 alteramos o "layout" do Site todo). Além disso, com a liberdade de entrada/saída de diretórios que os scripts oferecem, podemos organizar de forma coerente o conteúdo do Site e gerar facilidades de indexação. A soma dos itens anteriores mostra que as atualizações são muito mais eficientes e os erros são facilmente detectados.

4.1 O Script Gerador e indexador de Páginas HTML

Os programas (scripts) de automação e manutenção do iMática foram desenvolvidos na linguagem Perl [13] em ambiente Linux [32]. Tal escolha está relacionada à portabilidade da linguagem (executa em praticamente todos os sistemas operacionais) e as facilidades que a sintaxe do programa oferece para trabalhar com expressões regulares. Além disso, o sistema operacional Linux oferece grande quantidade de softwares gratuitos que auxiliam no trabalho de desenvolvimento e manipulação de texto e imagem.

Os programas (scripts) implementados recebem parâmetros que indicam o diretório dos arquivos que devem ser incluídos na página, o diretório das imagens geradas e o diretório das páginas geradas. Assim podemos indicar quaisquer diretórios que possuam o conteúdo que deverá ser inserido no Site e gerar suas respectivas páginas HTML (padronizadas pelo Cabeçalho e pelo Rodapé) no local de destino (figura 2).

O conteúdo da página que o script recebe inicialmente é um arquivo no formato ASCII que pode ter estruturas do tipo HTML, LaTeX[11] ou documento Unicode (.txt).

Para interpretar cada tipo de estrutura citada sem ocorrer erros ou perda de dados, informação e fazer a indexação entre os conteúdos de cada arquivo, foi necessário definir um protocolo de entrada padrão. Assim conseguimos armazenar a "semântica" do texto, ou seja, as informações e as relações entre os conteúdos dos arquivos, em um hash para tratá-la de forma adequada posteriormente.

Após definido as expressões regulares para interpretar o protocolo citado acima, podemos criar estruturas matemáticas complexas (via LaTeX), inserir links dinâmicos dentro do conteúdo final da página (via HTML), anexar as applets do iGeom (seção 5) com conteúdo variado, além de inserir a informação padrão necessária.

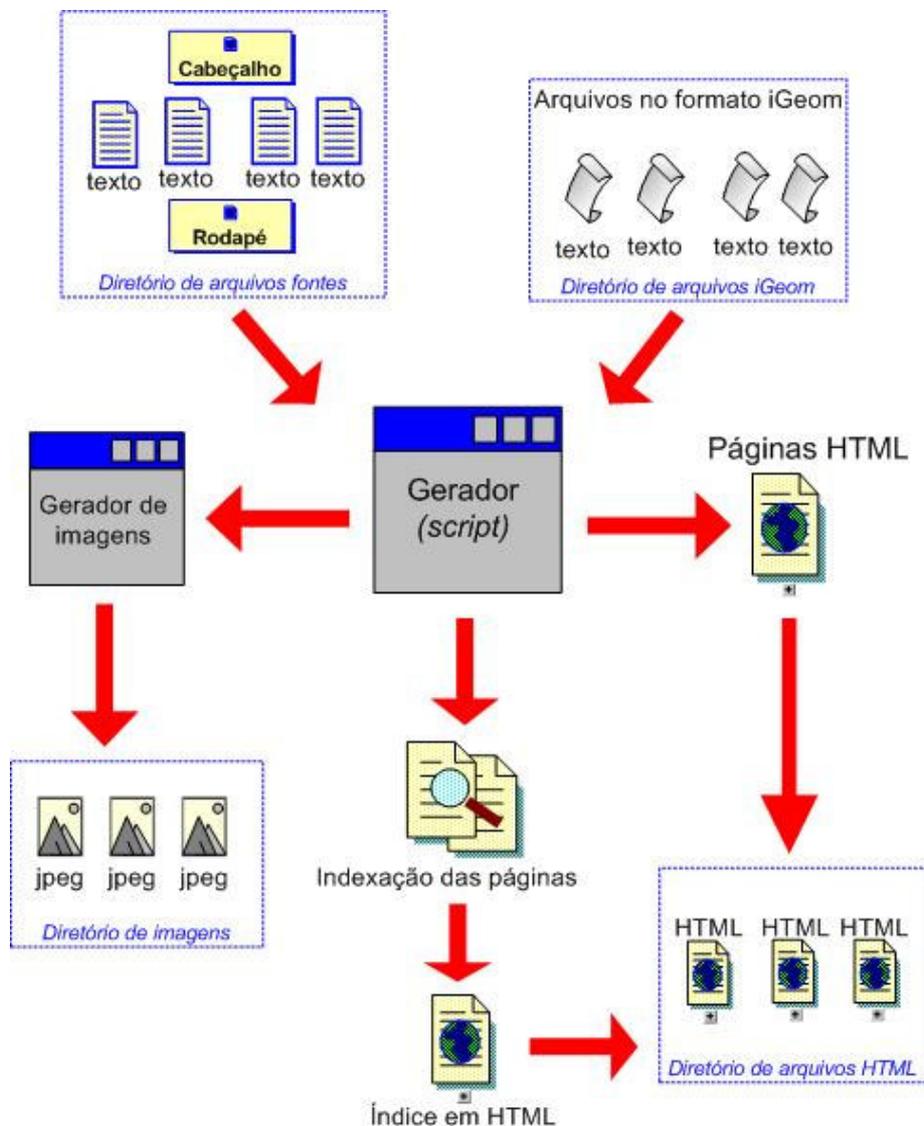


Figura 2. Diagrama de Fluxo de Dados

Todas as imagens geradas de fórmulas são expressões matemáticas que inserimos usando a estrutura LaTeX. O programa principal cria um processo filho (figuras 2 e 3) que com a ajuda do programa "latex" existente no Linux, converte as fórmulas escritas no formato texto em um arquivo Dvi. Após a conversão para o formato Dvi, fazemos nova conversão para o formato PostScript(.ps) e para cada imagem, executamos os programas gs, pnmcrop e convert para gerar um arquivo no formato ppm, reduzir a imagem para a equação desejada e converter o arquivo para Jpeg, respectivamente (figura 3). Depois deste procedimento de conversão usando as ferramentas disponíveis no sistema Linux as imagens Jpeg são inseridas nas páginas HTML.

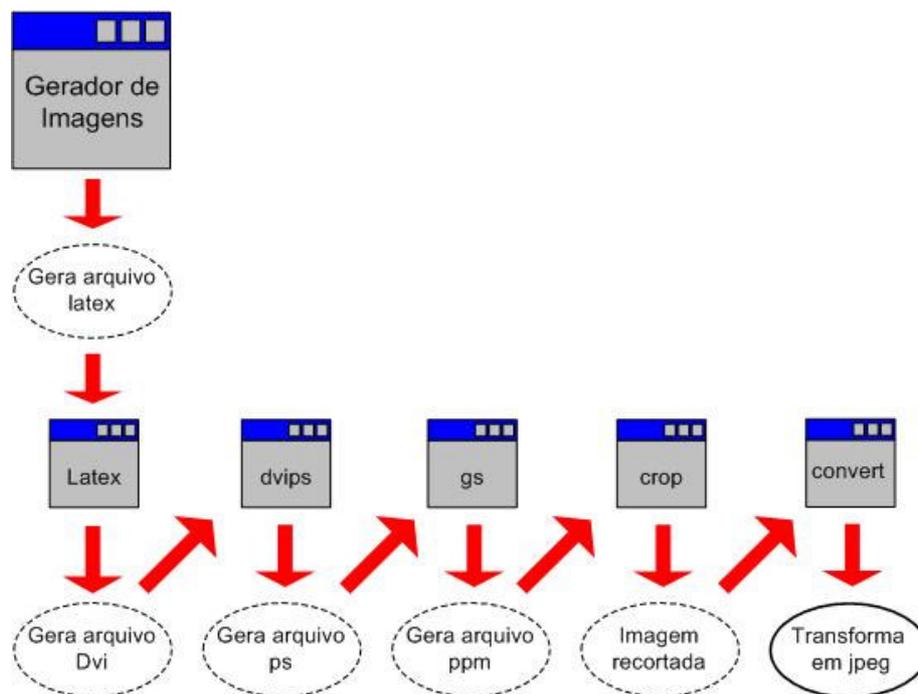


Figura 3. Geração de Imagens

A partir desse ponto temos todas as informações necessárias para criar as páginas HTML, mas não temos como acessá-las de forma adequada, rápida e coerente. Pensando nisso o gerador provê uma estrutura de dados montada para armazenar várias informações sobre as páginas criadas recentemente, inclusive uma referência para que possamos indexar-las de três formas diferentes (data, assunto, autor).

O programa cria algumas páginas de índices com links para os textos principais, assim criamos uma forma mais eficaz para se utilizar e encontrar o conteúdo das páginas no Site.

Os resultados de alguns geradores (scripts) implementados podem ser vistos no Site iMática. Um exemplo é a seção de História da Matemática onde podemos obter informações sobre a história e a vida de muitos matemáticos desde o período 2600 a.C. até 1889 d.C.. Tópicos como História da matemática na Babilônia, Euclides e Os Elementos, Tales de Mileto, Pitágoras de Samos, entre outros, foram construídos e catalogados a partir dos scripts implementados.

5. Análise de Problemas Viáveis

Para facilitar o aprendizado, livros, textos e aulas convencionais utilizam-se de mecanismos que vão além da definição e descrição de objetos, empregando como recursos exemplos e ilustrações gráficas.

Por outro lado, o excesso de ilustrações descritas de forma estática, contribuem muito pouco para aumentar a compreensão, dado que, além das informações apresentadas, há grande comunicação implícita na correlação entre elas. Esta correlação pode ser mostrada através da animação gráfica das imagens, dando ganho considerável na comunicação da informação [7].

O uso de programas interativos, usando ilustrações gráficas, deve levar em conta características formais e de conteúdos, como qualquer instrumento de ensino-aprendizagem.

Do ponto de vista Piagetiano, ao se analisar um programa, devem ser levados em conta aspectos formais, verificando se “ele está ajudando a criança a desenvolver a sua lógica, a raciocinar de forma clara, objetiva, coerente, criativa?” E aspectos em relação a conteúdo, ou seja, “a temática deste programa tem um significado atraente para a realidade de vida desta criança?”. Deve-se sempre conjugar forma e conteúdo, sintaxe com semântica [8].

Nesse contexto, os sistemas hipermídia, encontrados na "grande rede de computadores" denominada Internet, podem ser extremamente abertos e possuir um grau muito mais elevado de interatividade contribuindo em dois níveis: no nível perceptivo e no nível da memória. Com isto, estes sistemas podem ajudar a desenvolver a atividade em pesquisa, a autonomia, enfim, a inteligência do aluno, e conseqüentemente sua autoconfiança [8].

Baseado nos aspectos citados acima, propomos a criação de três classes diferentes de programas interativos para o ensino da matemática via Internet: Cálculo de funções, Geometria Euclidiana e simulações (apresentados na seção 6.3).

5.1 Implementação

Devido à existência de Applets (programas que podem ser embutidos em páginas da World Wide Web - figura 4a [34]), a linguagem Java [14] é uma das alternativas mais adequadas para desenvolvermos os programas de interação via Internet. Pois além da portabilidade e da interatividade que os Applets oferecem, temos a possibilidade de trabalhar com imagens gráficas, permitindo animações em tempo real de todos os programas implementados sem a necessidade de reenviar dados pela Internet toda vez que um comando é solicitado (figura 4b).

Mas com a grande insegurança que a Internet oferece as applets não permitem a criação e gravação de arquivos via Web. E, portanto, toda a interação entre as páginas Web e o usuário são perdidas após o fim da execução de uma applet.

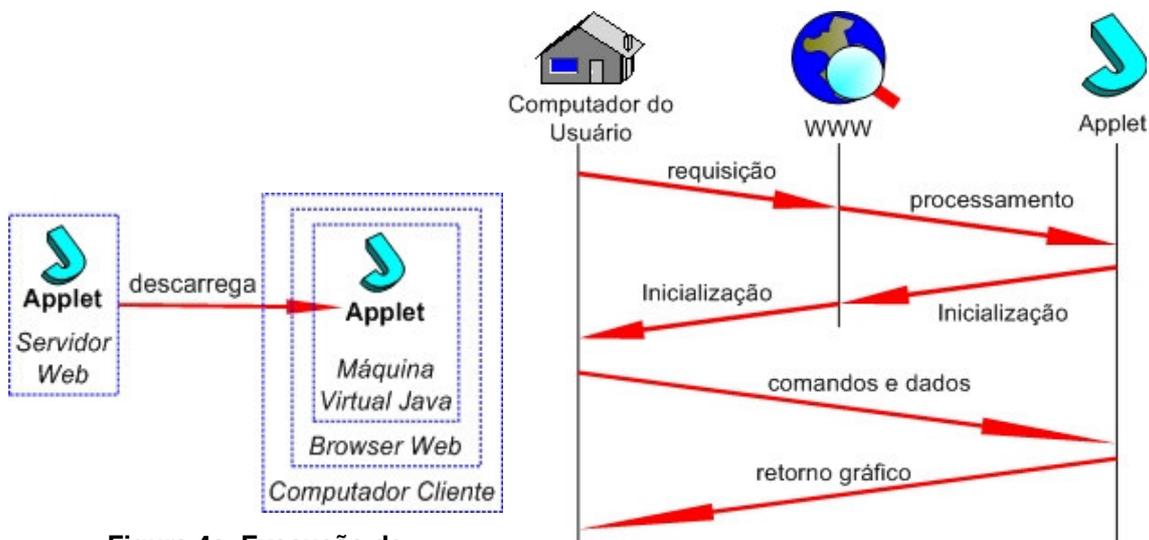


Figura 4a. Execução de applets

Figura 4b. Fluxo de dados na Web

6. iGeom: Uma Plataforma de Ensino Geométrico e Matemático

Com a finalidade de oferecer um programa gratuito (*free software*) no apoio ao ensino de Geometria e de Matemática está sendo construído a plataforma iGeom baseado em Geometria Dinâmica (seção 6.2) que evidencia uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos, e a partir do retorno gráfico oferecido pela plataforma podemos introduzir o conceito matemático dos objetos, surgindo então naturalmente o processo de argumentação e dedução [15].

A plataforma iGeom, ainda em fase de desenvolvimento, está disponível no endereço <http://www.matematica.br/igeom> e está sendo implementada utilizando a linguagem de programação *Java* [14], pois além de oferecer grande portabilidade, permite que o programa seja utilizado via Internet em forma de Applet (introduzidos na seção 5.1. Com a possibilidade de disponibilizar a plataforma via Internet (figura 5), poderemos atingir toda a comunidade que necessita de material geométrico para ensino de matemática.

Um dos objetivos da plataforma iGeom é disponibilizar algumas de suas ferramentas em escolas públicas que já possuam computadores, ou seja, estaremos oferecendo um novo conceito no ensino fundamental que introduz a experimentação e a visualização de propriedades matemáticas. Isso permitirá que professores e alunos possam interagir ainda mais com os conceitos geométricos e matemáticos, resultando num aprendizado construtivo do conhecimento.

A Plataforma iGeom já está sendo utilizada em matérias obrigatórias do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo e em pequena escala na capacitação de professores nos cursos do LEM (Laboratório de Ensino de Matemática - <http://www.ime.usp.br/lem>).

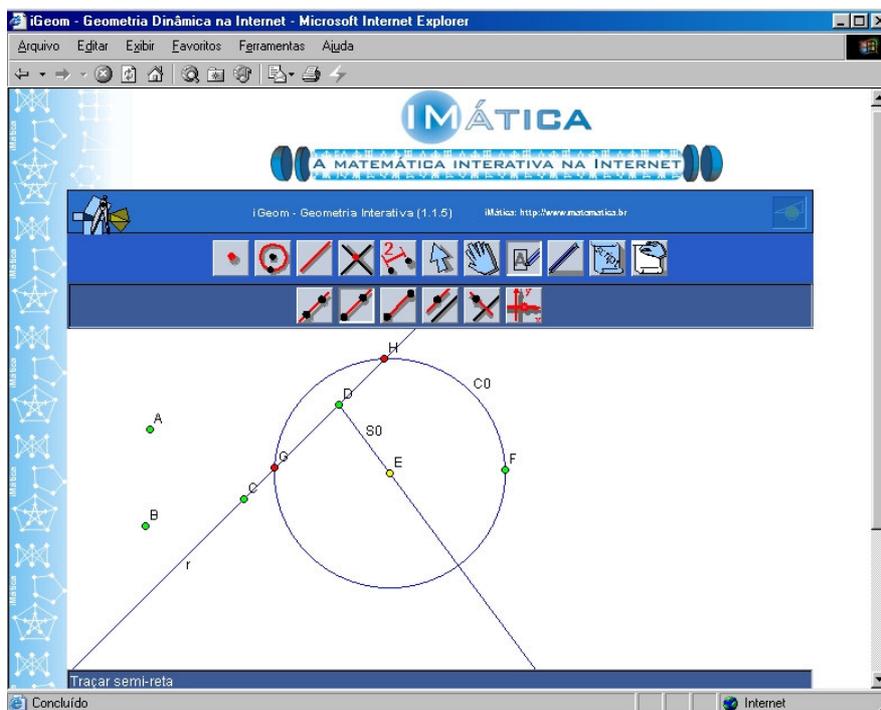


Figura 5. iGeom sendo executado via Internet

A utilização dessa plataforma no ambiente iMática permite a criação de uma extensa quantidade de problemas matemáticos do tipo aberto, ou seja, no enunciado não há a indicação de resposta (as respostas são fornecidas posteriormente). Nesta situação, o aspecto dinâmico desencadeia um processo desafiador e interessante de ensino e aprendizagem. As explorações e estratégias que vão se delineando ao longo das tentativas de solucionar o problema são similares as que acontecem no ambiente de pesquisa de um matemático profissional. Esta postura investigativa contribui para a formação de uma concepção sobre matemática diferente daquela construída, usualmente, ao longo da vida escolar[15].

A plataforma iGeom, atualmente, permite criar objetos geométricos como pontos, retas, semi-retas, segmentos e circunferências (figura 6). Todos esses elementos podem ser interceptados e ter suas configurações geométricas modificadas. Além disso, são possíveis a geração de recursão (figura 7) e a criação de scripts que permitem que uma construção já feita possa ser armazenada e reutilizada pelo usuário em outra ocasião.

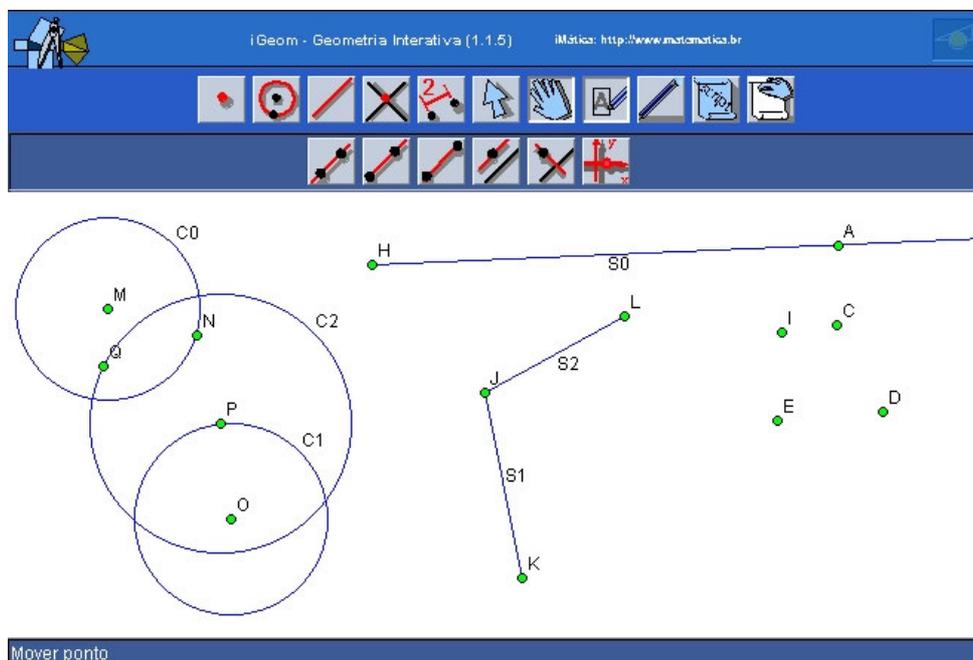


Figura 6. Construções de objetos geométricos no iGeom

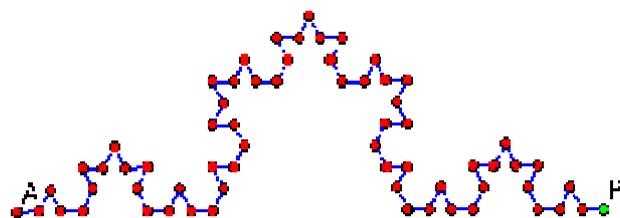


Figura 7. Fractal de Kock

Ao criar uma construção geométrica é criada uma estrutura de dados hierárquica entre os elementos que permite manter as propriedades da construção. Dessa forma a plataforma permite a gravação e a recuperação dessa estrutura de dados, ou seja, podemos salvar e restaurar uma construção. Através do *mouse* podemos inserir e modificar um objeto geométrico, definir configurações e fazer experimentações.

6.1 Problema no Ensino da Geometria

Os livros escolares iniciam com definições, nem sempre claras, acompanhadas de desenhos bem particulares, os ditos desenhos prototípicos. Por exemplo, quadrados com lados paralelos às bordas da folha de papel, retângulos sempre com dois lados diferentes, alturas em triângulos sempre acutângulos, entre outros. Isto leva os alunos a não reconhecerem desenhos destes mesmos objetos quando em outra situação. E mais, para os alunos, a posição relativa do desenho ou seu traçado particular, passam a fazer parte das características do objeto, estabelecendo desequilíbrios na formação dos conceitos. O aspecto de construção de objetos geométricos raramente é abordado; dificilmente encontramos no livro escolar a instrução "construa", e no entanto esta é uma das atividades que leva o aluno ao domínio de conceitos geométricos [15].

Além disso, se analisarmos o aprendizado da Geometria observamos que a abstração desempenha um papel fundamental para a compreensão deste ramo do conhecimento. Dessa forma, a associação entre conceitos matemáticos e objetos visuais estáticos do mundo físico tende a dificultar ainda mais o processo de abstração que a teoria matemática necessita.

6.2 iGeom: Plataforma Baseada nos Princípios da Geometria Dinâmica

A plataforma em desenvolvimento iGeom é construída dentro dos princípios da Geometria Dinâmica em oposição aos métodos estáticos de programas do tipo CAI (Computer Assisted Instruction). *Softwares* baseados nesses princípios são programas gráficos que permitem construções geométricas a partir de objetos-base e que atualiza automaticamente as construções sempre que os objetos-base forem alterados. As ferramentas de construção e configuração de objetos geométricos são feitas a partir das propriedades que os definem. O conceito que difere a geometria dinâmica da estática é a capacidade de construir configurações geométricas precisas as quais podem ser alteradas em termos de posições (figura 8a e 8b), ângulos e dimensões, mantendo-se automaticamente as restrições estabelecidas na construção original [29]. Essa diferença oferece recursos didáticos importantes: a variedade de desenhos e configurações geométricas clássicas passam a ter multiplicidade de representações; e as propriedades geométricas são descobertas a partir dos invariantes no movimento [15].

A plataforma iGeom oferece as características citadas anteriormente, e portanto, oferece uma abordagem ativa na qual o aprendiz interage com as animações dos objetos geométricos enriquecendo o aprendizado mais do que mera observação passiva delas.

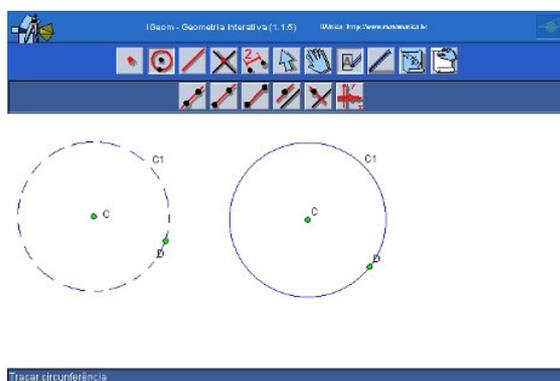


Figura 8a. Translação da circunferência

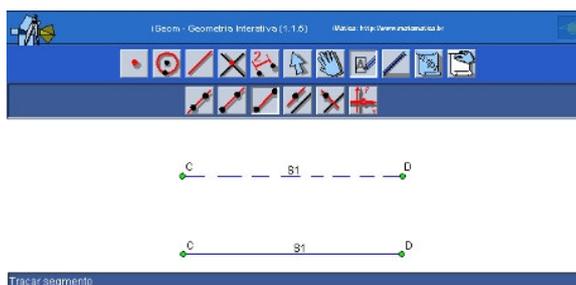


Figura 8b: Translação de segmentos.

6.3 Benefícios da Utilização da Geometria Dinâmica no Ensino

Em uma aula de matemática tradicional o professor enuncia conceitos, definições e propriedades que, muitas vezes, são apenas memorizados e futuramente reproduzidos pelo aluno sem sua devida compreensão. Na nossa concepção, se o aluno agir ativamente, modificando características de vários objetos matemáticos, ele aprenderá pesquisando, relacionando as modificações feitas, analisando e verificando o que ocorre genericamente [17].

Os principais benefícios e aplicações de um *software* educacional de Geometria Dinâmica são [36]:

- **Prova de teoremas:** embora a Geometria Dinâmica não possa provar teoremas, a capacidade de experimentação de hipóteses que proporciona pode motivar a busca pela prova de um teorema, pois induz à convicção de sua validade. Da mesma forma, pode ajudar e sugerir caminhos para a prova formal. Curiosamente, esta "prova experimental de teoremas" é usada nos mais avançados programas de Geometria Dinâmica, como forma de garantia de suavidade nas transições provocadas por re-configuração [27].
- **Precisão e visualização:** a construção da geometria é feita pelo estabelecimento de relações geométricas entre os elementos (perpendicularismo, paralelismo, pertinência, ângulo, etc). Pode-se medir ângulos e distâncias e calcular relações com precisão, permitindo facilmente a verificação empírica de hipóteses e teoremas. Os conceitos de um teorema podem ser compreendidos por visualização. Adicionalmente, a precisão também é importante porque construções imprecisas podem conduzir o aluno a construções errôneas já que é natural o julgamento humano ser fortemente influenciado pelas formas percebidas visualmente.
- **Exploração e descoberta:** a manipulação de construções permite que se explore a Geometria e novas relações e propriedades sejam descobertas. Muitas vezes, os próprios alunos "re-descobrem" teoremas em sala de aula.
- **Transformações e lugares geométricos:** pela sua capacidade de realizar transformações em figuras geométricas, programas de Geometria Dinâmica são ideais para o estudo de isometrias, similaridades e outras funções. Animando figuras e traçando lugares geométricos de pontos pré-definidos, estes aplicativos também podem explicitar problemas e propriedades normalmente não abordadas na literatura por sua inerente dificuldade.
- **Simulação e micromundos:** indo muito além da abstração da Geometria, as simulações que podem ser construídas com programas de Geometria Dinâmica permitem ilustrar conceitos de cinemática e óptica, entre outros. Por outro lado, oferecem também a possibilidade de criação de micro-mundos geométricos, a exemplo daqueles concebidos no âmbito da linguagem [26]. Neles, o aluno pode vivenciar experiências geométricas, algumas pré-concebidas pelo professor e muitas outras descobertas ao acaso, através da exploração interativa e de sua criatividade.

7. Perspectiva e Trabalhos Futuros

Com o recente desenvolvimento de aplicações baseadas na Internet, tornou-se claro que o computador não é mais uma máquina cujo principal propósito é conseguir que uma tarefa de cálculo complexo seja feita. O computador é uma máquina que provê novos meios para as pessoas se comunicarem com outras pessoas [28].

Essa comunicação é feita através de interfaces que nos levam a questionar a importância de nos atermos ao *design* e o conteúdo que o *Site* oferece. Precisamos estar atentos para criação de novas ferramentas que possam acelerar o processamento e atualização da informação, além de criar novas possibilidades de interação humano-computador.

A partir dessa perspectiva propomos a criação de programas que possam facilitar o desenvolvimento e manutenção do *Site*, interagir com o usuário, facilitar a procura de informação e finalmente tornar o ambiente Web mais agradável.

O *Site* iMática pretende dessa forma tornar-se uma referência para professores e alunos que procuram uma forma fácil e interessante de obter conteúdo matemático (em língua Portuguesa, podendo mais tarde ser estendido) e aprender um pouco mais sobre a história da matemática.

7.1 Atualização de Problemas

Propomos a criação de um script que deve mostrar o conteúdo da última publicação oferecida pela Revista do Professor de Matemática (RPM). Dessa forma, o script a ser desenvolvido terá como objetivo a construção/atualização das páginas em HTML a partir de um documento Word (formato usado pela RPM) com as seções Problemas, Probleminhas e Respostas de problemas anteriores. O programa deve reconhecer cada tópico e criar 3 páginas diferentes. Após a criação das páginas o programa deve catalogar as palavras-chaves para futuras buscas e atualizar os apontadores do Site iMática para que as novas páginas possam ser acessadas.

7.2 Sistema de Busca

A construção de um mecanismo de busca consiste na criação de um algoritmo eficiente para buscas variadas e a otimização das buscas mais usadas. Pretendemos desenvolver os algoritmos usando a linguagem Perl pelas vantagens apresentadas na seção 4.

Uma das heurísticas propostas para tornar as buscas mais eficientes é criar um registro de busca no Site que contenha em cada linha: o endereço da página HTML seguido de suas chaves (esse arquivo deve estar em ordem alfabética pela chave mais usada em buscas anteriores). Isso diminui consideravelmente o tempo de execução da busca pois somente um arquivo é aberto na procura, ao invés de abrir página por página e procurar suas chaves. Além disso, podemos guardar as buscas feitas com maior frequência para acelerar ainda mais o processo.

Esse tipo de heurística é usada em sistemas operacionais para cuidar da manutenção e troca de páginas da memória.

7.3 Problemas Matemáticos

O desenvolvimento de programas de cálculo de funções permitirá que o usuário forneça qualquer tipo de função da forma " $y = a + bx + cx^2 + dx^3 \dots$ " (outras funções

conhecidas também podem ser implementadas) e caso a função permita, temos o retorno gráfico da curva que a função determina. Dessa forma o usuário pode fazer suas próprias experiências o que incentiva a pesquisa e aumenta a capacidade de interpretação matemática.

Com a plataforma iGeom concluída (apresentada no seção 6), criamos uma base sólida no apoio ao ensino da matemática, pois envolve área de poliedros, distância de objetos, construções geométricas (ponto, reta, circunferência, interseção, perpendicularidade, paralelismo, etc.), e muitas outras. Com essas ferramentas podemos ensinar de maneira interativa algoritmos matemáticos, conceitos básicos de geometria plana e recursividade. Além disso, as animações gráficas possíveis (mover, inserir e remover objetos) criam um interesse indispensável no ensino fundamental.

Algumas simulações que podem contribuir para fortalecer a "intuição" matemática são as séries, como progressões aritméticas e geométricas. Elas trabalham a capacidade de generalizar, induzir, criar analogias, interpretar recursão, além de motivar o aluno a realizar grande quantidade de experimentações e observações.

7.5 Versão Final do iGeom

A plataforma iGeom será um software para ser utilizado no estudo de geometria e de matemática que irá complementar as aulas expositivas sendo fundamental para o sucesso do processo de aprendizagem.

No estado atual o software possibilita a criação de objetos geométricos tais como: pontos, retas, segmentos de retas, circunferências, além de permitir a geração de pontos de interseção e a conservação das propriedades geométricas. Também já é possível o cálculo das várias propriedades matemáticas que uma construção geométrica pode conter como distância entre pontos, ângulos e área. Os objetos construídos na plataforma iGeom podem ser arrastados pela tela mantendo as propriedades geométricas da construção original, ou seja, um objeto, ao ser movimentado, tem suas medidas e ângulos atualizados simultaneamente. Outro recurso disponível que ajudará no estudo da Geometria Fractal e conseqüentemente fornecerá uma base para compreensão de algoritmos recursivos é a aplicação de transformações que, através de processos repetitivos, geram os fractais (figura 7 e 9).

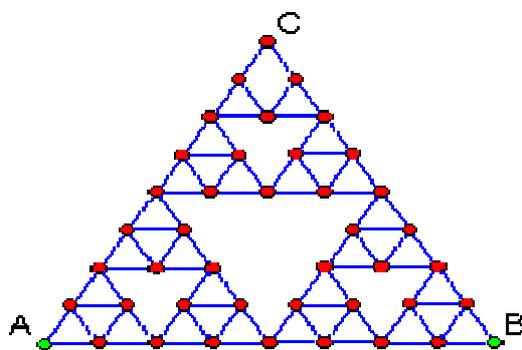


Figura 9. Triângulo de Sierpinski

Num estágio mais avançado, estes objetos poderão ser manipulados, modificados e configurados (cor, tamanho, tipo de linha) de forma simples, tornando a interface da plataforma mais agradável ao usuário.

Muitas dessas ferramentas de auxílio no estudo da Matemática e da Geometria apresentadas nos parágrafos anteriores são comuns em programas de Geometria Dinâmica como Cinderella, GSP, Cabri e outros. Porém, softwares desse porte são, em sua maioria, comerciais o que impossibilita sua utilização em grande escala nas escolas de ensino público. Outras desvantagens dos softwares citados acima são a baixa portabilidade, ou seja, eles funcionam apenas em sistema operacional Windows (com exceção do Cinderella) e não permitem sua execução via Internet. O GSP e o Cabri ainda geram applets estáticas para execução via Internet, porém não permitem nenhuma interação com o usuário.

A plataforma iGeom além de oferecer as ferramentas acima tornará possível disponibilizar seus recursos via Internet. Com isso, será possível que um aluno possa utilizar os conceitos apresentados em aula em qualquer local com acesso a Web, ou seja, problemas matemáticos propostos em sala de aula poderão ser transferidos para Internet, propiciando uma abordagem experimental ainda mais intensa. E mais, tornamos possível a criação de "classes virtuais" onde os alunos recebem desafios de geometria e podem gerar suas próprias construções geométricas via Internet, além de submeter soluções na forma de arquivo, ao contrário de muitas páginas de Internet (sites) que só permitem a interação com uma construção já feita.

Todas essas possibilidades tornam a plataforma iGeom uma ferramenta que auxilia no ensino de geometria e oferece uma base para deduções e demonstrações matemáticas tornando-a uma "arma" poderosa contra as dificuldades cognitivas dos estudantes.

8. Conclusões

Este trabalho apresentou o ambiente iMática, um Site, em contínuo desenvolvimento, de apoio ao estudo da matemática utilizando scripts que automatizam a criação e a manutenção das páginas em HTML. Esse ambiente é acessado via Internet (<http://www.matematica.br>) e pretende fornecer grande quantidade de conteúdo sobre matemática utilizando algumas das ferramentas da World Wide Web que possibilitam o auxílio no aprendizado.

Destacamos a plataforma iGeom, ainda em desenvolvimento, um software de Geometria Dinâmica que é utilizada como ferramenta poderosa na superação de obstáculos inerentes ao aprendizado. A partir da experimentação, criação de objetos concretos e o retorno gráfico oferecemos uma nova forma de "absorver" o raciocínio matemático. Este software já está disponível para uso via Internet no endereço <http://www.matematica.br/igeom> e a versão completa na forma de aplicativo (que permite gravar em arquivos as construções geradas) pode ser adquirida gratuitamente no mesmo endereço.

Foi apresentado propostas de novas ferramentas para o iMática visando oferecer maior interatividade com os usuários, melhores condições para navegação, mais agilidade na procura de informação e atualização.

Todas as implementações feitas e propostas foram baseadas em experiências no LEM (Laboratório de Ensino de Matemática), artigos, livros e conceitos amplamente pesquisados de modo que o resultado final possa atingir efetivamente sua meta no ensino de matemática.

Bibliografia

- [1] Arnold, Ken; Gosling, James The Java Programming Language. Addison-Wesley, 1996.
- [2] Castro, Maria. A. S.; Goularte, Rudinei; Reami, Elderlei R.; Moreira, Edson S. Infra-estrutura de Suporte à Editoração de Material Didático Utilizando Multimídia. Revista Brasileira de Informática na Educação, 1997.
- [3] Castro, Maria A. S. Pesquisa científica e os novos ambientes eletrônicos, 1996.
- [4] Cormen, Thomas. H.; Leiserson, Charles E.; Rivest, Ronald L. Introduction to Algorithms. MIT Press & McGraw-Hill, 1992.
- [5] Deep, John; Holfelder, Peter Developing CGI Applications with Perl. John Wiley & Sons, 1996.
- [6] Flemming, Diva V.; Luz, Elisa F.; Coelho, C. Online: disponível na internet via <http://www.abed.org.br/congresso2000/texto12.htm> Consulta feita em 01/08/2002.
- [7] Garcia, Islene C.; Resende, Pedro J.; Calheiros, Felipe C. Astral: Um Ambiente para Ensino de Estrutura de Dados Através de Animações de Algoritmos. Revista Brasileira de Informática na Educação, 1997.
- [8] Gladcheff, Ana P.; Oliveira, Vera B.; Silva, Dilma M. O Software Educacional e a Psicopedagogia no Ensino de Matemática Direcionado ao Ensino Fundamental. Anais do Simpósio brasileiro de Engenharia de Software, 1999.
- [9] Harrison, M. A. The essential elements of hypermedia. In Earnshaw, R. A., & Vince, J. A. (Ed.), Multimedia systems & applications (pp. 79-99). San Diego: Academic Press, 1995.
- [10] Knuth, D. E. The Art of Computer Programming: Sorting and Searching. Addison-Wesley, 1973.
- [11] Lamport, Leslie LaTeX A Document Preparation System. Addison-Wesley, 1999.
- [12] Lindstron, R. L. Guia business week para apresentações em multimídia. São Paulo: Makron Books, 1995.
- [13] Linguagem de Programação Perl. Online: disponível na internet via <http://www.perl.com/pub>.
- [14] Linguagem de Programação Java. Online: disponível na internet via <http://java.sun.com/>.
- [15] Gravina, Maria A., Geometria Dinâmica Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria. Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p 1-13, 1996.
- [16] Martins, Arsélio. Adaptação do artigo de Guichard, Jean P. Online: disponível na internet via <http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/indexhm.html>. Consulta feita em 04/08/2002.
- [17] Melo, L. B.; Ferreira, J. M.; Pontes, J. D. A., Um software Educacional para o descobrimento de Propriedades Matemáticas. Anais do XX Congresso da Sociedade Brasileira de Computação, 2000.

- [18] Mendes, Iran A. Histórica no ensino de Matemática: O caso da Trigonometria, 2000.
- [19] Nielsen, J. Hypertext & hypermedia. Boston: Academic Press, 1990.
- [20] Nielsen, J. Design Web Usability. New Riders Publishing, 1999.
- [21] Norman, A. D. The Psychology of Everyday Things. Basic Books, 1988.
- [22] Norman, A. D.; Spohrer, J. C. Learnercentred education. Communications of the ACM, 39 (4), 2427, 1996.
- [23] Norman, K. L. Teaching in the switched on classroom: An introduction to electronic education and hypercourseware, 1997. Online: disponível na internet via <http://www.lap.umd.edu/SOC/sochome.html>. Consulta feita em 30/03/2001.
- [24] Norman, D. A. The Invisible Computer. The MIT Press, 1998.
- [25] Pantelidis, V. S. Reasons to Use Virtual Reality in Education, 1995. Online: disponível na internet via <http://eastnet.educ.ecu.edu/vr/reas.html>. Consulta feita em 28/03/2001.
- [26] Papert, S., Mindstorms: children, computer, and powerful ideas. Second Edition New York: Basic Books, 1999.
- [27] Richter-Gebert, J.; Kortenkamp, U. H., The Interactive Geometry Software Cinderella. Berlin: Springer, 1999.
- [28] Rocha, Heloisa V.; Baranauskas, Maria C. C.; Design e avaliação de interfaces humano-computador. Escola de Computação, 2000.
- [29] Santos, Eduardo T., Novas Tecnologias no Ensino de Desenho e Geometria. Anais do Encontro Regional do Vale do Paraíba de Profissionais do Ensino da Área de Expressão Gráfica, p 7181, 2000.
- [30] Siever, Ellen; Spainhour, Stephen; Patwardban, N. Perl in a Nutshell. O'Reilly, 1999.
- [31] Silva, Jaime C. A História da Matemática e o Ensino da Matemática, 1995. Online: disponível na internet via <http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/pessoal/histmatprogr1.html>. Consulta feita em 04/08/2002.
- [32] Sistema Operacional Linux Debian, Online: disponível na internet via <http://www.debian.org/>.
- [33] Skillicorn, D. B. Using distributed hypermedia for collaborative learning in universities. The Computer Journal, 39, 471-482, 1996 .
- [34] Thomas, Michael D.; Patel, Pratik R.; Hudson, Alan D.; Ball, Donald A. Jr. Programando em Java para Internet. Makron Books, 1997.
- [35] Wall, Larry; Christiansen, Ton; Schwartz, Randal Programming Perl. O'Reilly, 1996.
- [36] King, J.; Shattschneider, D., Geometry Turned On - dynamic software in learning, teaching and research. Washington : Mathematical Association of America, 1997.

[37] Sá, Paulo S. S., Moreira, Dilvan de A. Gerador Automático de Arquivos HTML de Ajuda para Aplicação em Educação a Distância (GAAHA). Online: disponível na internet via http://java.icmc.sc.usp.br/dilvan/papers/wtdc_icmc2001/PauloSa.pdf

Softwares Consultados

1. Cinderella: The interactive Geometry Software - <http://www.cinderella.de/>
2. GSP: The Geometer's Sketchpad - http://www.keypress.com/catalog/products/software/Prod_GSP.html
3. Cabri-Géomètre - <http://www.cabri.com.br/>

Trabalhos Correlatos

1. Infra-estrutura de Suporte à Editoração de Material Didático Utilizando Multimídia[2].
2. Astral: Um Ambiente para Ensino de Estrutura de Dados Através de Animações de Algoritmos[7].
3. Gerador Automático de Arquivos HTML de Ajuda para Aplicação em Educação a Distância (GAAHA)[37]